

Fonction escalier

ex

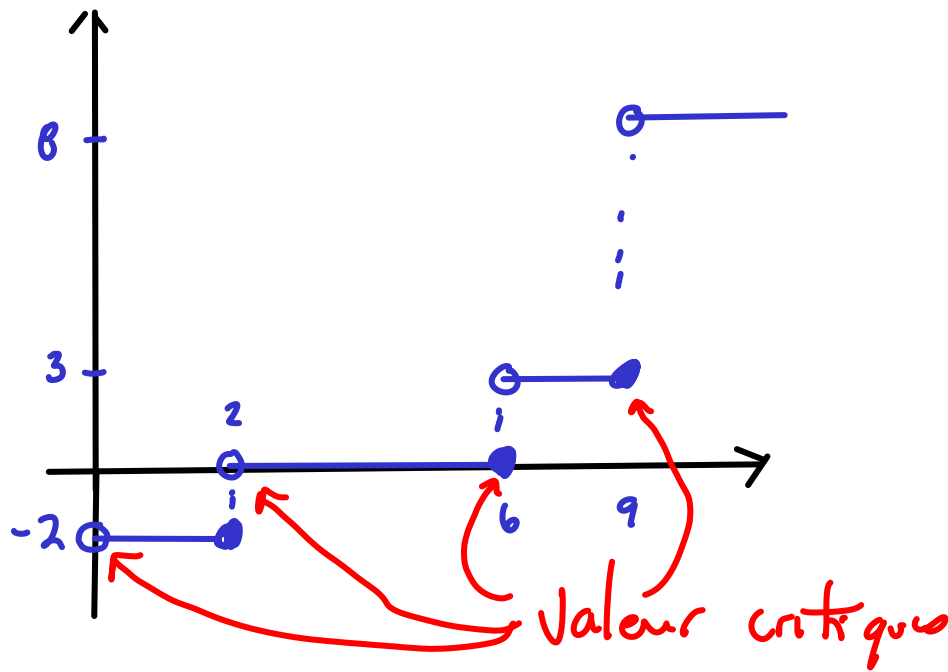


table de valeur

x	y
$]0, 2[$	-2
$]2, 6[$	0
$]6, 9[$	3
$]9, \infty[$	8

Dom: $]0, \infty[$

Ima: $\{-2, 0, 3, 8\}$



Fonction exponentielle

lois des exposants

1^e $a^0 = 1$
 $a \in \mathbb{R} / \{0\}$

ex: $4^0 = 1$ ($0^0 = \emptyset$)

2^e $a^1 = a$

ex: $7^1 = 7$

3^e $a^{-b} = \frac{1}{a^b}$

ex: $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$

ex: $\frac{1}{7^{-1}} = 7^1 = 7$

explicitation :

$$\begin{aligned}
 -1 (3^3 &= 3 \times 3 \times 3 = 27 && \downarrow \div 3 \\
 -1 (3^2 &= 3 \times 3 = 9 && \downarrow \div 3 \\
 -1 (3^1 &= 3 = 3 && \downarrow \div 3 \\
 -1 (3^0 &= \underline{\hspace{1cm}} = 1 && \downarrow \div 3 \\
 -1 (3^{-1} &= \underline{\hspace{1cm}} \rightarrow \frac{1}{3} && \downarrow \div 3 \\
 -1 (3^{-2} &= \underline{\hspace{1cm}} \rightarrow \frac{1}{9} && \downarrow \div 3
 \end{aligned}$$

Coefficient de la base

x → exposant

base

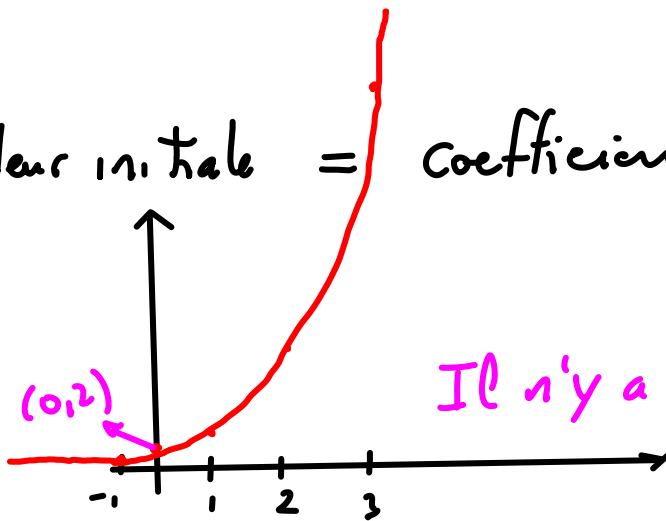
Puissance

fonction → $f(x) = a b^x$

ex : $f(x) = 2 \cdot 3^x$ ($2 \cdot 3^x \neq 6^x$)

x	f(x)
-1	2/3
0	2
1	6
2	18
3	54

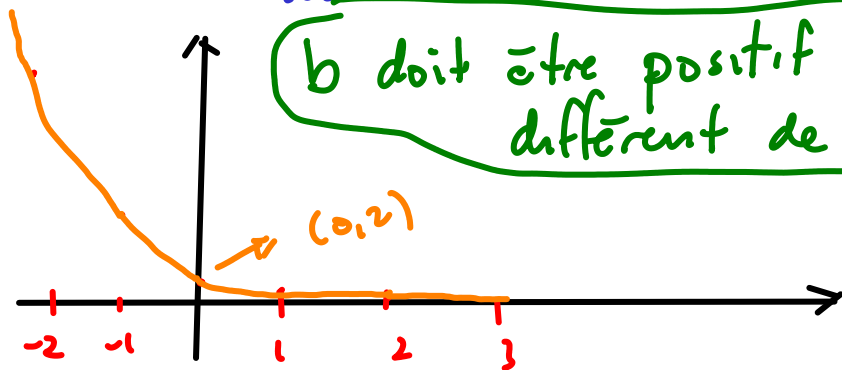
→ valeur initiale = Coefficient de la base



Il n'y a pas de zéros

ex 2 : $f(x) = 2 \cdot (\frac{1}{4})^x$ Lorsque $b < 1$, mais positif la courbe est décroissante

x	f(x)
-2	32
-1	8
0	2
1	0,5
2	0,125

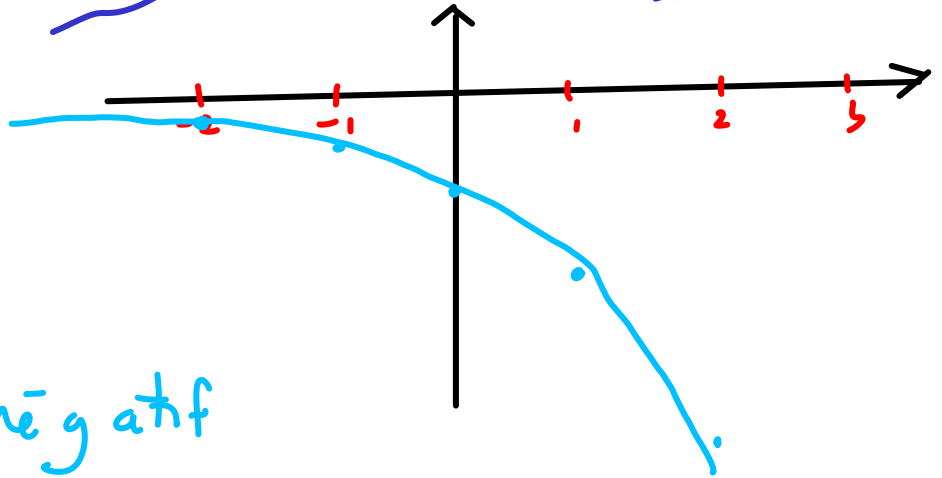


b doit être positif et différent de 1

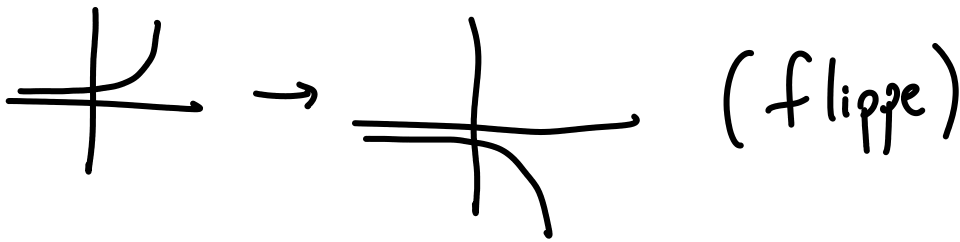
ex 3 : $f(x) = -3 \cdot 2^x$

x	f(x)
-2	$-3/4$ ou $-0,75$
-1	$-3/2$ ou $-1,5$
0	-3
1	-6
2	-12

$-3 \cdot 2^{-2} = -3 \cdot \frac{1}{2^2} = -3 \cdot \frac{1}{4} = -\frac{3}{4}$



Paramètre "a" négatif



La courbe ne passe jamais par l'origine. (0,0).

* Comment trouver la règle.

ex : La courbe passe par ~~(1, 50)~~ et (3, 500) et (0, 4)

$a = 4$ car $\xrightarrow{\text{l'ordonnée à l'origine}}$

$f(x) = 4 \cdot b^x$

Pour trouver b, tu remplaces (x, y) par (3, 500)

$500 = 4 \cdot b^3$

$\div 4 \quad \div 4$

$125 = b^3$

$\sqrt[3]{\quad} \quad \sqrt[3]{\quad}$

$5 = b$

$\boxed{\sqrt[3]{y}}$

$3 \boxed{\sqrt{\quad}} 125$

$f(x) = 4 \cdot 5^x$

$\sqrt[6]{4096} = 4$

ex de problèmes

$$f(x) = a b^x$$

$$V_f = V_i (\text{base})^{\text{temps}}$$

$(1 \pm \text{taux})$ ou accroissement

ex 1: Il y a 8 lapins. La population double à tous les mois. Combien y en aura-t-il dans 15 mois?

$$V_i = 8 \quad \text{accroissement} = 2 \quad \text{temps} = 15$$

$$V_f = 8 \cdot 2^{15} = 262\,144 \text{ lapins.}$$

Dans combien de mois aurons-nous 80000 lapins?

$$V_i = 8 \quad V_f = 80\,000 \quad \text{acc} = 2 \quad \text{temps} = ?$$

$$\begin{aligned} \div 8 \quad 80000 &= 8 \cdot 2^x \\ 10000 &= 2^x \quad \div 8 \end{aligned}$$

$$\frac{\log 10000}{\log 2} = \underline{13,29 \text{ mois}}$$

$$\begin{aligned} 10^x &= 10000 & \log 10000 &= 4 \\ 10^4 &= 10000 & \text{puissance} & \\ \leftarrow 2^x &= 10000 \Rightarrow \log_2 10000 &= \underline{13,29} & \\ \text{base} & & & \end{aligned}$$
$$\frac{\log 10000}{\log 2}$$

ex 2: Tu places V_i 2000 \$ à 6% d'intérêt composé annuellement.
Combien auras-tu dans 25 ans?

$$V_f = V_i (1 + \text{taux})^{\text{temps}}$$

taux $\begin{cases} 6\% = 0,06 \\ \text{car } 6\% = \frac{6}{100} \end{cases}$

$$2000 (1 + 0,06)^{25}$$

$$2000 (1,06)^{25} = 8583,74 \$$$

An 0 → 2000

An 1 → 2120

Dans combien d'année auras-tu 20 000 \$

$$20000 = 2000 (1,06)^{\text{temps}}$$

÷ 2000

$$10 = 1,06^{\text{temps}}$$

$$\log_{1,06} 10 =$$

$$\frac{\log 10}{\log 1,06} = 39,51 \dots$$

ex 3: T'achètes une voiture à 25 000 \$ V_i . Elle perd $\frac{20}{100}$ 20% de sa valeur annuellement.

Dans combien d'année vaudra-t-elle 1500 \$ V_f ?

$$1500 = 25000 (1 - 0,20)^x$$

÷ 25000 ÷ 25000

$$0,06 = (0,8)^x$$

$$\log 0,06 \div \log 0,8$$

$$\text{temps} = 12,61 \text{ ans.}$$

V_i
25000 → voiture

Dans 20 ans temps , tu veux la revendre à 1000 \$ V_f

Quel est le taux de dépréciation?

V_f

V_i

?

$$1000 = 25000 (1 - \text{taux})^{20}$$

$$\div 25000 \quad \div 25000$$

$$0,04 = (1 - \text{taux})^{20}$$

 $\sqrt[20]{\quad}$

$$0,8513 = 1 - \text{taux}$$

3% \neq 0,03%

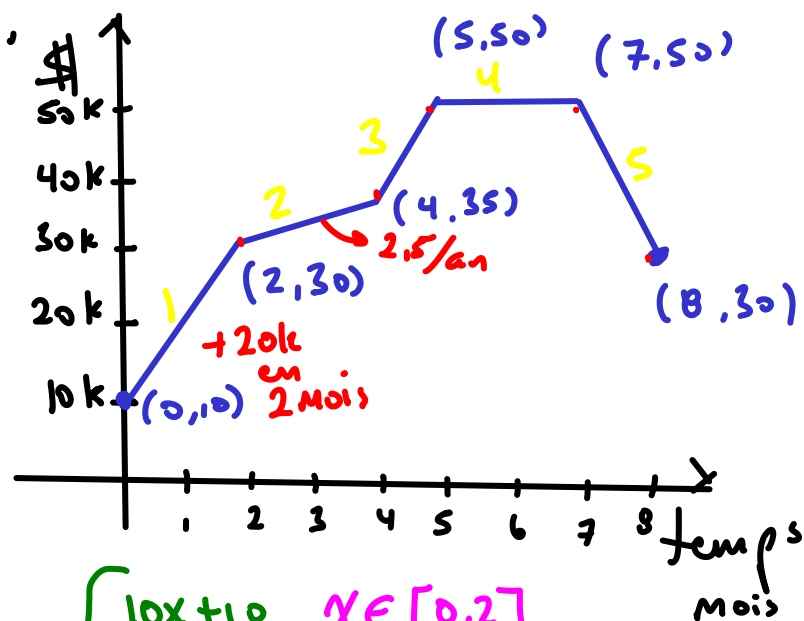
$$-0,1487 = -\text{taux}$$

$\times 100$

14,87%

Variation par partie.

ex :



Analyse :

Domaine $[0, 8]$

Image $[10k, 50k]$

$y = ax + b$

① $y = ax + b$
 $y = 10x + 10$

② $y = 2,5x + b$
 $30 = 2,5(2) + b$
 $30 = 5 + b$
 $25 = b$

$y = 2,5x + 25$

③ $y = 15x + b$
 $50 = 15(5) + b$
 $-25 = b$
 $y = 15x - 25$

④ $y = 50$

⑤ $y = -20x + b$
 $50 = -20(7) + b$
 $190 = b$

$$f(x) = \begin{cases} 10x + 10 & x \in [0, 2] \\ 2,5x + 25 & x \in [2, 4] \\ 15x - 25 & x \in [4, 5] \\ 50 & x \in [5, 7] \\ -20x + 190 & x \in [7, 8] \end{cases}$$

Question : Quelle est la valeur (\$) au 4.7^e mois ?

remplace x par 4.7 dans $15x - 25$

$$15(4.7) - 25 = 45,5 \text{ k}$$

\$